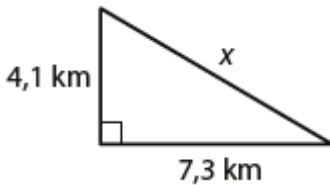


## 5.1

a) Sovelletaan suorakulmaiseen kolmioon Pythagoraan lausetta.



$$a^2 + b^2 = c^2 \quad a = 4,1, \quad b = 7,3 \quad \text{ja} \quad c = x$$

$$4,1^2 + 7,3^2 = x^2$$

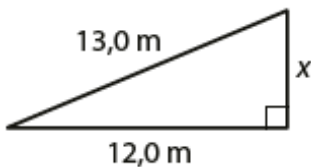
$$70,1 = x^2$$

$$x^2 = 70,1$$

$$x = -\sqrt{70,1} \approx -8,4 \quad \text{tai} \quad x = \sqrt{70,1} \approx 8,4$$

Pituus on positiivinen luku, joten  $x \approx 8,4$  km.

b) Sovelletaan suorakulmaiseen kolmioon Pythagoraan lausetta.



$$a^2 + b^2 = c^2 \quad a = 12,0, \quad b = x \quad \text{ja} \quad c = 13,0$$

$$12,0^2 + x^2 = 13,0^2 \quad | -12,0^2$$

$$x^2 = 13,0^2 - 12,0^2$$

$$x^2 = 25,0$$

$$x = -\sqrt{25,0} = -5,0 \quad \text{tai} \quad x = \sqrt{25,0} \approx 5,0$$

Pituus on positiivinen luku, joten  $x = 5,0$  m.

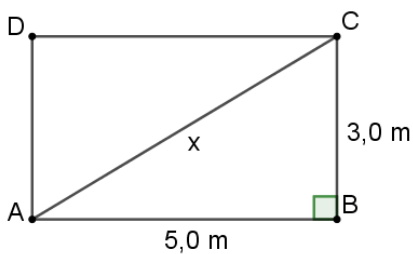
**Vastaus**

a) 8,4 km

b) 5,0 m

## 5.2

Suorakulmion lävistäjä muodostaa kaksi suorakulmaista kolmiota.



Lasketaan suorakulmaisen kolmion hypotenuusan  $x$  pituus Pythagoraan lauseella.

$$a^2 + b^2 = c^2$$

$$5,0^2 + 3,0^2 = x^2$$

$$x^2 = 34$$

$$x = -\sqrt{34} \approx -5,8 \text{ tai } x = \sqrt{34} \approx 5,8$$

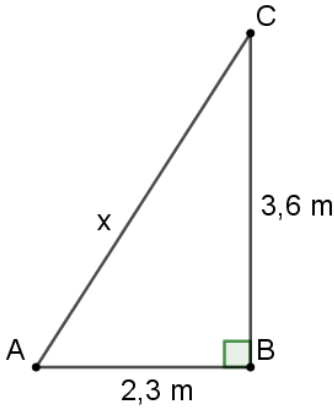
Pituus on positiivinen luku, joten  $x = \sqrt{34} \approx 5,8$  m.

**Vastaus**

5,8 m

## 5.3

Merkitään tikapuiden pituutta kirjaimella  $x$ .



Tikapuut, seinä ja istutus muodostavat suorakulmaisen kolmion. Tikapuut ovat tämän kolmion hypotenuusa.

Kateettien pituudet ovat 3,6 m ja 2,3 m. Hypotenuusan pituus on  $x$ .

Muodostetaan yhtälö ja ratkaistaan  $x$ .

$$3,6^2 + 2,3^2 = x^2 \quad \text{Ratkaistaan CAS-laskimella.}$$

$$x \approx -4,3 \text{ tai } x \approx 4,3$$

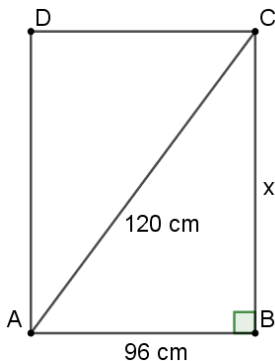
Tikapuiden pituus on positiivinen luku, joten  $x \approx 4,3$  m.

**Vastaus**

4,3 m

## 5.4

Piirretään mallikuva. Merkitään ikkunan korkeutta kirjaimella  $x$ .



Matalimman mahdollisen ikkunan lävistäjä on levyn lyhyemmän sivun pituinen.

Lävistäjä jakaa suorakulmion muotoisen ikkuna-aukon kahteen suorakulmaiseen kolmioon.

Kateettien pituudet ovat  $x$  ja 96 cm. Hypotenuusan pituus on 120 cm.

Muodostetaan yhtälö ja ratkaistaan  $x$ .

$$x^2 + 96^2 = 120^2 \quad \text{Ratkaistaan CAS-laskimella.}$$

$$x = -72 \text{ tai } x = 72$$

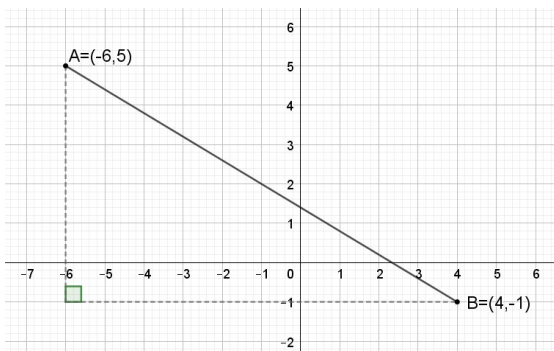
Ikkunan korkeus on positiivinen luku, joten  $x = 72$ . Ikkuna saa olla korkeampikin, jotta levy mahtuu siitä sisään.

### Vastaus

yli 72 cm korkea

## 5.5

- a) Piirretään jana  $AB$  koordinaatistoon ja täydennetään kuvio suorakulmaiseksi kolmioksi.



$x$ -akselin suuntaisen kateetin pituus on 10.

$y$ -akselin suuntaisen kateetin pituus on 6.

Ratkaistaan janan  $AB$  pituus Pythagoraan lauseen avulla.

$$10^2 + 6^2 = AB^2$$

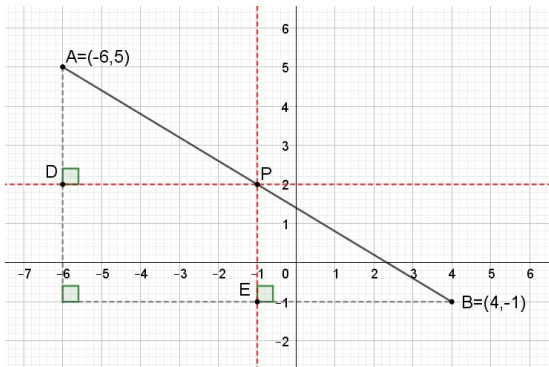
Ratkaistaan CAS-laskimella.

$$AB = -\sqrt{136} \text{ tai } AB = \sqrt{136} \quad \text{Annetaan vastauksena tarkka arvo.}$$

Pituus on positiivinen luku, joten  $AB = \sqrt{136} (\approx 11,7)$ .

Geometriaohjelmalla saadaan  $AB \approx 11,7$ .

- b) Piirretään kateettien keskipisteisiin normaalit. Symmetrian perusteella ne leikkaavat janan  $AB$  keskipisteessä  $P$ .



Vaakasuoran kateetin keskipisteen  $x$ -koordinaatti on päätepisteiden  $x$ -koordinaattien keskiarvo:  $x = \frac{-6+4}{2} = -1$ .

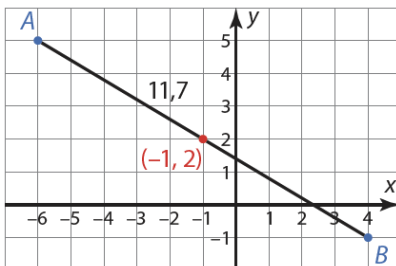
Pystysuoran kateetin keskipisteen  $y$ -koordinaatti on päätepisteiden  $y$ -koordinaattien keskiarvo:  $y = \frac{5+(-1)}{2} = 2$ .

Janan  $AB$  keskipiste on  $P = (-1, 2)$

Geometriaohjelmalla saadaan  $P = (-1, 2)$ .

## Vastaus

a)

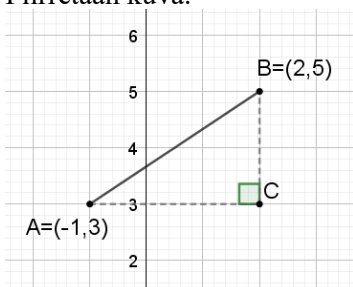


$$AB = \sqrt{136} (\approx 11,7)$$

b)  $(-1, 2)$

## 5.6

a) Piirretään kuva.



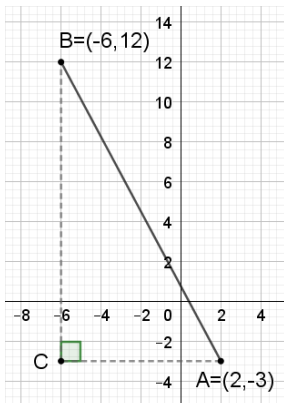
Vaakasuuntaisen kateetin pituus on 3. Pystysuuntaisen kateetin pituus on 2. Ratkaistaan janan  $AB$  pituus suorakulmaisesta kolmiosta Pythagoraan lauseella.

$$3^2 + 2^2 = AB^2 \quad \text{Ratkaistaan CAS-laskimella.}$$

$$AB = -\sqrt{13} \approx -3,6 \quad \text{tai} \quad AB = \sqrt{13} \approx 3,6$$

Pituus on positiivinen luku, joten  $AB = \sqrt{13} \approx 3,6$ .

b) Piirretään kuva.



Vaakasuuntaisen kateetin pituus on 8. Pystysuuntaisen kateetin pituus on 15. Ratkaistaan janan  $AB$  pituus Pythagoraan lauseella.

$$8^2 + 15^2 = AB^2 \quad \text{Ratkaistaan CAS-laskimella.}$$

$$AB = -17 \quad \text{tai} \quad AB = 17$$

Pituus on positiivinen luku, joten  $AB = 17$ .

**Vastaus**

a)  $\sqrt{13} (\approx 3,6)$

**b**

17

## 5.7

Kolmio on suorakulmainen, jos sen sivujen pituudet toteuttavat Pythagoraan lauseen. Tällöin pisimmän sivun on oltava hypotenuusa.

a)  $3^2 + 4^2 = 5^2$   
 $25 = 25$

Yhtälö on tosi. Kolmio on suorakulmainen.

b)  $5^2 + 12^2 = 14^2$   
 $169 = 196$

Yhtälö on epätosi. Kolmio ei ole suorakulmainen.

c)  $8^2 + 15^2 = 17^2$   
 $289 = 289$

Yhtälö on tosi. Kolmio on suorakulmainen.

d)  $1^2 + 1^2 = \sqrt{2}^2$   
 $2 = 2$

Yhtälö on tosi. Kolmio on suorakulmainen.

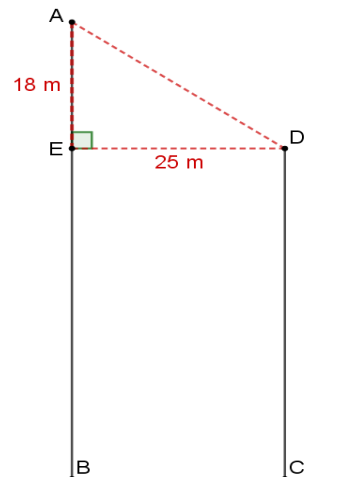
### Vastaus

- a) on
- b) ei
- c) on
- d) on



## 5.8

Mastojen pituusero on  $65 \text{ m} - 47 \text{ m} = 18 \text{ m}$ .  
Piirretään kuva.



Muodostuu suorakulmainen kolmio  $AED$ , jossa kateettien pituudet ovat  $18 \text{ m}$  ja  $25 \text{ m}$ . Hypotenuusan  $AD$  pituus on kysytty mastonhuippujen välinen etäisyys

Muodostetaan yhtälö Pythagoraan lauseen avulla ja ratkaistaan  $AD$ .

$$18^2 + 25^2 = AD^2 \quad \text{Ratkaistaan CAS-laskimella.}$$

$$AD \approx -31 \text{ tai } AD \approx 31$$

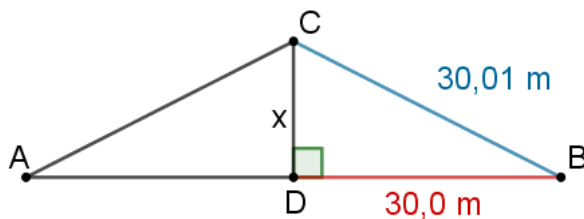
Pituus on positiivinen luku, joten  $AD \approx 31 \text{ m}$ .

**Vastaus**

31 m

## 5.9

Ratakiskon muoto olisi oikeasti kaareva, mutta oletetaan, että tilannetta voi mallintaa kahdella suorakulmaisella kolmiolla.



Merkitään korkeutta kirjaimella  $x$ .

Muodostetaan yhtälö ja ratkaistaan  $x$ .

$$30,0^2 + x^2 = 31,0^2 \quad \text{Ratkaistaan CAS-laskimella.}$$

$$x \approx -0,77 \text{ tai } x \approx 0,77$$

Pituus on positiivinen luku, joten  $x \approx 0,77 \text{ m} = 77 \text{ cm}$ .

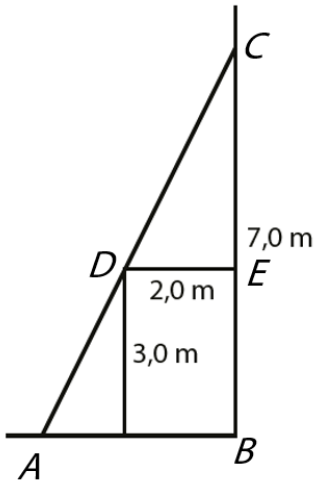
Kiskojen keskikohta nousee 77 cm:n korkeudelle.

### Vastaus

77 cm:n korkeudelle

## 5.10

Täydennetään kuvaa.



Kolmioilla  $ABC$  ja  $DEC$  on yhteinen kulma  $C$  ja yhtä suuret samankohtaiset kulmat pisteissä  $A$  ja  $D$ . Kolmiot ovat yhdenmuotoiset kk-lauseen perusteella.

Muodostetaan verrantoyhtälö ja ratkaistaan janan  $AB$  pituus.

$$\frac{DE}{AB} = \frac{CE}{CB}$$

$$\frac{2,0}{AB} = \frac{4,0}{7,0}$$

Ratkaistaan CAS-laskimella.

$$AB = 3,5 \text{ (m)}$$

Kulman  $B$  on oletettavasti suora, joten ratkaistaan tikkaiden pituus  $AC$  Pythagoraan lauseella.

$$3,5^2 + 7,0^2 = AC^2 \quad \text{Ratkaistaan CAS-laskimella.}$$

$$AC \approx -7,8 \text{ tai } AC \approx 7,8$$

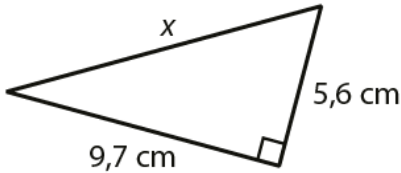
Pituus on positiivinen luku, joten  $AC \approx 7,8 \text{ m}$ .

**Vastaus**

7,8 m

## 5.11

a) Sovelletaan suorakulmaiseen kolmioon Pythagoraan lausetta.



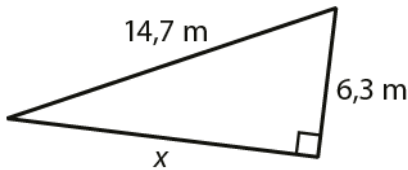
$$9,7^2 + 5,6^2 = x^2$$

$$x^2 = 125,45$$

$$x = -\sqrt{125,45} \approx -11 \text{ tai } x = \sqrt{125,45} \approx 11$$

Pituus on positiivinen luku, joten  $x \approx 11$  cm.

b) Sovelletaan suorakulmaiseen kolmioon Pythagoraan lausetta.



$$x^2 + 6,3^2 = 14,7^2$$

$$x^2 = 14,7^2 - 6,3^2$$

$$x^2 = 176,4$$

$$x = -\sqrt{176,4} \approx -13 \text{ tai } x = \sqrt{176,4} \approx 13$$

Pituus on positiivinen luku, joten  $x \approx 13$  m.

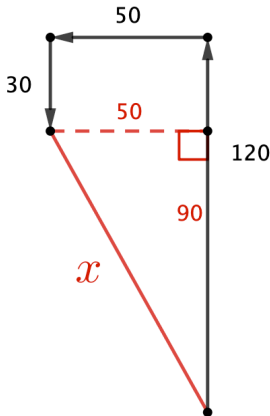
### Vastaus

a) 11 cm

b) 13 m

## 5.12

Piirretään kuva.



Koska lopuksi kuljetaan 30 askelta etelään, siirrytään kaikkiaan pohjoiseen  $120 - 30 = 90$  askelta. Muodostuu suorakulmainen kolmio, jonka kateettien pituudet ovat 90 askelta ja 50 askelta. Merkitään hypotenuusan pituutta kirjaimella  $x$ .

Muodostetaan yhtälö ja ratkaistaan hypotenuusan pituus  $x$ .

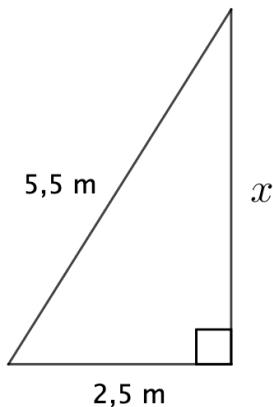
$$90^2 + 50^2 = x^2 \quad \text{Ratkaistaan CAS-laskimella.}$$
$$x \approx -103 \text{ tai } x \approx 103$$

Pituus on positiivinen luku, joten  $x \approx 103$  askelta.

**Vastaus**

103 askeleen päähän

## 5.13



Muodostuu suorakulmainen kolmio, jonka hypotenuusan pituus on  $5,5 \text{ m}$  ja kateettien pituudet ovat  $2,5 \text{ m}$  ja  $x$  metriä.

Muodostetaan yhtälö ja ratkaistaan  $x$ .

$$2,5^2 + x^2 = 5,5^2 \quad \text{Ratkaistaan CAS-laskimella.}$$

$$x \approx -4,9 \text{ tai } x \approx 4,9$$

Pituus on positiivinen luku, joten  $x \approx 4,9 \text{ m}$ .

**Vastaus**

$4,9 \text{ m}$

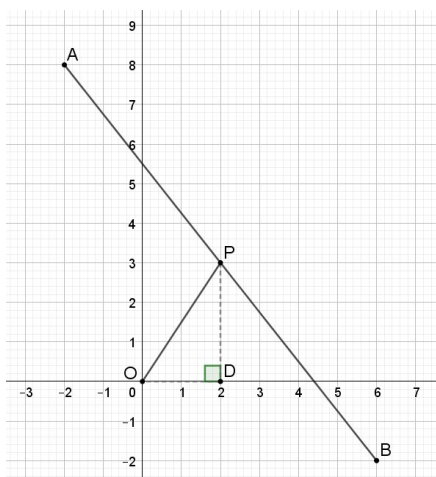
## 5.14

Janan keskipisteen  $x$ -koordinaatti on päätepisteiden  $x$ -koordinaattien

keskiarvo:  $\frac{-2+6}{2} = 2$ .

Janan keskipisteen  $y$ -koordinaatti on päätepisteiden  $y$ -koordinaattien

keskiarvo:  $\frac{8-2}{2} = 3$ .



Janan keskipiste on  $P = (2, 3)$ .

Muodostetaan suorakulmaisesta kolmiosta  $ADP$  yhtälö ja ratkaistaan  $OP$ .

$$2^2 + 3^2 = OP^2$$

Ratkaistaan CAS-laskimella.

$$OP = -\sqrt{13} (\approx -3,6) \text{ tai } OP = \sqrt{13} (\approx 3,6)$$

Pituus on positiivinen luku, joten  $OP = \sqrt{13} (\approx 3,6)$ .

**Vastaus**

$$\sqrt{13} (\approx 3,6)$$

## 5.15

Kolmio on suorakulmainen, jos sen sivujen pituudet toteuttavat Pythagoraan lauseen. Tällöin kolmion pisin sivu on välttämättä hypotenuusa.

a)  $5^2 + 12^2 = 13^2$   
 $169 = 169$

Yhtälö on tosi. Kolmio on suorakulmainen.

b)  $7^2 + 24^2 = 29^2$   
 $625 = 841$

Yhtälö on epätosi. Kolmio ei ole suorakulmainen.

c)  $33^2 + 56^2 = 64^2$   
 $4225 = 4096$

Yhtälö on epätosi. Kolmio ei ole suorakulmainen.

d)  $3^2 + 3^2 = (3\sqrt{2})^2$   
 $18 = 18$

Yhtälö on tosi. Kolmio on suorakulmainen.

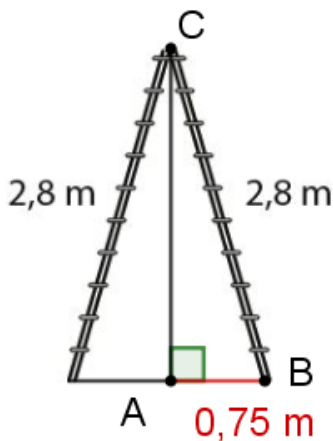
### Vastaus

- a) on
- b) ei
- c) ei
- d) on



## 5.16

Tilanteessa muodostuu kaksi suorakulmaista kolmiota.



Muodostetaan yhtälö ja ratkaistaan Pythagoraan lauseen avulla tikkaiden korkeus  $AC$ .

$$0,75^2 + x^2 = 2,8^2 \quad \text{Ratkaistaan CAS-laskimella.}$$

$$x \approx -2,7 \text{ tai } x \approx 2,7$$

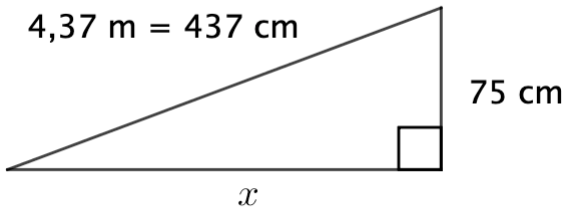
Pituus on positiivinen, joten  $x \approx 2,7 \text{ m}$ .

### Vastaus

2,7 m:n korkeudelle

## 5.17

Oletetaan, että huoneen seinät ovat suorat ja kohtisuorassa toisiaan vastaan. Piirretään kuva.



Seinät ja lattialista muodostavat suorakulmaisen kolmion, jonka kateettien pituudet ovat 75 cm ja  $x$  ja hypotenuusan pituus on 4,37 m = 437 cm.

Muodostetaan yhtälö ja ratkaistaan toisen kateetin eli seinän pituus  $x$ .

$$75^2 + x^2 = 437^2$$

Ratkaistaan CAS-laskimella.

$$x \approx -430,5 \text{ tai } x \approx 430,5$$

Pituus on positiivinen luku, joten  $x \approx 430,5$ .

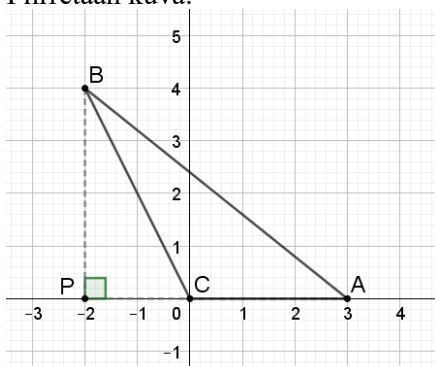
Listaa täytyy lyhentää  $437 - 430,5 = 6,5$  cm

**Vastaus**

6,5 cm

## 5.18

Piirretään kuva.



Janan  $CA$  pituus on 3 pituusyksikköä.

Lasketaan janan  $AB$  pituus suorakulmaisesta kolmiosta  $ABP$  Pythagoraan lauseen avulla.

$$5^2 + 4^2 = AB^2$$

Ratkaistaan CAS-laskimella.

$$AB = -\sqrt{41} \approx -6,403 \text{ tai } AB = \sqrt{41} \approx 6,403$$

Pituus on positiivinen luku, joten  $AB = \sqrt{41} \approx 6,403$  pituusyksikköä.

Lasketaan janan  $BC$  pituus suorakulmaisesta kolmiosta  $BPC$  Pythagoraan lauseen avulla.

$$2^2 + 4^2 = BC^2$$

Ratkaistaan CAS-laskimella.

$$BC = -\sqrt{20} \approx -4,472 \text{ tai } BC = \sqrt{20} \approx 4,472$$

Pituus on positiivinen luku, joten  $BC = \sqrt{20} \approx 4,472$  pituusyksikköä.

Lasketaan reitin kokonaispituus.

$$AB + BC + CA = 6,403 + 4,472 + 3 = 13,875$$

Lasketaan reitin pituus luonnossa, kun tiedetään, että koordinaatiston yksi pituusyksikkö vastaa 500 metriä luonnossa.

$$13,875 \cdot 500 \approx 6900 \text{ (m)}$$

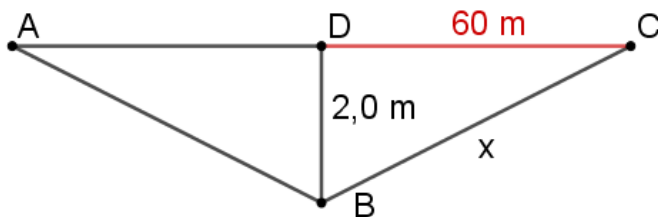
$$6900 \text{ m} = 6,9 \text{ km}$$

**Vastaus**

6,9 km

## 5.19

Piirretään kuva. Tilanteessa muodostuu kaksi suorakulmaista kolmiota. Merkitään venyneen vaijerin puolikkaan pituutta kirjaimella  $x$ .



Muodostetaan yhtälö ja ratkaistaan  $x$ .

$$60^2 + 2,0^2 = x^2 \quad \text{Ratkaistaan CAS-laskimella.}$$

$$x \approx -60,0333 \text{ tai } x \approx 60,0333$$

Pituus on positiivinen luku, joten  $x \approx 60,0333$  m.

Lasketaan vaijerin venymä.

$$2 \cdot 60,0333 - 120 = 0,0666 \text{ (m)}$$

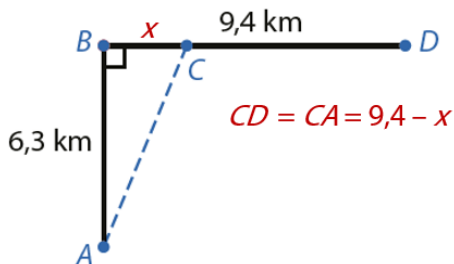
$$0,0666 \text{ m} \approx 6,7 \text{ cm}$$

**Vastaus**

6,7 cm

## 5.20

Täydennetään annettua kuvaa. Merkitään pisteiden  $B$  ja  $C$  välistä etäisyyttä kirjaimella  $x$ .



Muodostetaan yhtälö ja ratkaistaan  $x$ .

$$x^2 + 6,3^2 = (9,4 - x)^2 \quad \text{Ratkaistaan CAS-laskimella.}$$
$$x \approx 2,6 \text{ (km)}$$

Lasketaan pisteiden  $C$  ja  $D$  välinen etäisyys.

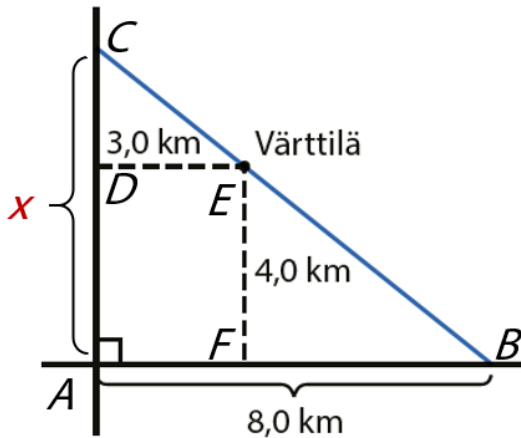
$$CD = 9,4 - x = 9,4 - 2,5 = 6,8 \text{ (km)}$$

### Vastaus

$C$  on  $6,8 \text{ km:n}$  etäisyydellä paikasta  $D$ .

## 5.21

Merkitään yhdystien etäisyyttä pääteiden risteyksestä kirjaimella  $x$ .



Kolmioilla  $ABC$  ja  $FBE$  on yhteinen kulma  $B$ , ja kolmioiden samankohtaiset kulmat pisteissä  $C$  ja  $E$  ovat yhtä suuret. Kolmiot ovat yhdenmuotoiset kk-lauseen perusteella.

Muodostetaan verrantoyhtälö ja ratkaistaan  $x$ .

$$\frac{AC}{FE} = \frac{AB}{FB}$$

$$\frac{x}{4,0} = \frac{8,0}{8,0 - 3,0}$$

Ratkaistaan CAS-laskimella.

$$x \approx 6,4$$

Ratkaistaan yhdystien  $BC$  pituus Pythagoraan lauseella.

$$6,4^2 + 8,0^2 = x^2$$

Ratkaistaan CAS-laskimella.

$$x \approx -10 \text{ tai } x \approx 10$$

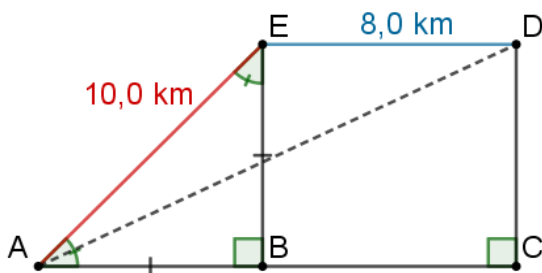
Pituus on positiivinen, joten  $x \approx 10$  km (vastauksen voi pyöristää myös tarkkuuteen 10,2 km).

**Vastaus**

10 km

## 5.22

Piirretään kuva.



Kulmat  $A$  ja  $E$  ovat molemmat  $45^\circ$ , koska pisteestä  $A$  purjehditaan koilliseen. Kolmio  $ABE$  on tasakylkinen eli sivut  $AB$  ja  $BE$  ovat yhtä pitkät. Merkitään näiden sivujen pituutta kirjaimella  $x$ .

Muodostetaan yhtälö ja ratkaistaan  $x$ .

$$x^2 + x^2 = 10,0^2 \quad \text{Ratkaistaan CAS-laskimella.}$$

$$x \approx -7,0711 \text{ tai } x \approx 7,0711$$

Pituus on positiivinen luku, joten  $x \approx 7,0711$ .

Ratkaistaan kolmiosta  $ACD$  hypotenuusan  $AD$  pituus.

$$(8,0 + 7,0711)^2 + 7,0711^2 = AD^2 \quad \text{Ratkaistaan CAS-laskimella.}$$

$$x \approx -17 \text{ tai } x \approx 17$$

Pituus on positiivinen luku, joten  $x \approx 17$  km (vastauksen voi pyöristää myös tarkkuuteen 16,6 km).

**Vastaus**

17 km